*

Noen bemerkninger om handlingsbegrepet.

*

Morten Rognes

1999

*

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

§1 Teoretisk bakgrunn.

I arbeidet "En teori om handlinger og handlingsalternativer", Rognes [4], drøftet vi en bestemt teori om handlinger. Formålet med dette notat er å fremlegge en alternativ aksiomatisering av denne handlingsteorien. Vi vil gi et detaljert bevis for at den opprinnelige teorien, som her vil bli beteget med "HA1", og den alternative aksiomatiseringen faktisk er ekvivalente.

Den opprinnelige teorien blir presentert i §2. Endel viktige begreper i forbindelse med denne teorien innføres i §3. En mer omfattende utvidelse av teorien blir betraktet i §4 og §4.1. Den alternative aksiomatiseringen presenteres i §5 og selve ekvivalensbeviset gis i §6.

Vi tar vårt utgangspunkt i teorien E;3. Denne har blitt beskrevet tidligere og vi vil ikke gi noen detaljert redegjørelse og diskusjon av den.

Språket til teorien E;3 utvides med de følgende predikater: "y er et utsagn som beskriver et forhold x realiserer i verdenen w" og "x er en person". Dessuten tenker vi oss språket utvidet med det monadiske predikatet "x er et tidspunkt" og det binære predikatet "x er et tidspunkt som kommer før tidspunktet y". I det følgende benyttes de følgende forkortelser i forbindelse med disse predikatene:

(1.1) "Br(y,x,w)" – "y er et utsagn som beskriver et forhold x realiserer i verdenen w"
(1.2) "Pers(x)" – "x er en person"
(1.3) "Tp(x)" – "x er et tidspunkt"
(1.4) "x<y" – "x er et tidspunkt som kommer før tidspunktet y"

Språket til teorien E;3 utvidet med disse predikatkonstruksjonene kalles for L;h. Den handlingsteorien som etterhvert vil bli fiksert er en enkel utvidelse av E;3 med språket utvidet til L;h.

§2 Teorien HA1

Den handlingsteorien som vil bli undersøkt fremkommer ved å utvide E;3 med en rekke nye ikke-logiske aksiomer som inneholder predikatene (1.1) - (1.4) i forrige paragraf. For det første antar vi at mengden av tidspunkter, samt mengden av personer, faktisk eksisterer og at begge mengdene er ikke-tomme:

HT1 $M(Mg(x: Pers(x)) \& M(Mg(x: Tp(x))$

I forbindelse med denne formelen bemerkes det at vi i det følgende bruker "T" som betegnelse på mengden av alle tidspunkter. "P" brukes som betegnelse på mengden av alle personer. Formell definisjon:

Definisjon 1 $T = Mg(x: Tp(x))$
$P = Mg(x: Pers(x)$

Videre antar vi at før-relasjonen er en relasjon over mengden av tidspunkter og at den er en lineær og tett relasjon. I tillegg antas det at det til ethvert tidspunkt alltid finnes et tidspunkt som kommer etter og et som kommer før. Dessuten aksepteres den påstand at det til enhver

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

oventil begrenset mengde av tidspunkter finnes en minste øvre grense, og at det til enhver nedentil begrenset mengde finnes en største nedre grense. Sammenfattende innebærer dette at Før-relasjonen mellom tidspunkter er isomorf med <-relasjonen mellom de reelle tall. Antagelsene kan derfor uttrykkes ved den følgende formel:

HT2 (Ef)(f: T –(1-1,på)–>Reell & (Ax)(Ay)(x,yêT –> (Før(x,y) <–> f(x)<f(y))))

I tillegg til disse antagelsene antar vi for det tredje at mengden av alle de tripler <y,x,w>, der man har at y er et utsagn som beskriver et forhold x realiserer i verdenen w, er en relasjon som er inkludert i UxPxI.

HT3 Br(y,x,w) -> yêU & xêP & wêI

Mengden av alle de utsagn som beskriver forhold x realiserer i verdenen w kalles for handlingsfeltet til personen x i verdenen w. Dette betegnes med "HF(x,w)". Formelt sett kan det defineres slik:

Definisjon 2 HF(x,w) = Mg(y: Br(y,x,w))

Tre viktige påstander i den teorien som nå vil bli diskutert er at HF(x,w) lukket under uendelig konjunksjon og logisk implikasjon. I tillegg hevder teorien at HF(x,w) er inkludert i mengden av alle de utsagn som er sanne i verdenen w. Disse påstandene kan formaliseres på følgende måte:

HT4 M(a) & aêPt(U) & a≠ø &(Ay)(yêa –> Br(y,x,w)). –> Br(SNu(a),x,w)
HT5 Br(y,x,w) & zêU & LK(z,y) –> Br(z,x,w)
HT6 Br(y,x,w) –> True(w,y)

Noen kommentarer: Man ser at HT4 uttrykker at dersom a er en ikke-tom utsagnsmengde hvor alle utsagnene i mengden beskriver forhold x realiserer i verdenen w, så vil også utsagnet som er konjunkjonen av alle disse utsagn beskrive et forhold x realiserer i verdenen w. I lys av Definisjon2 innebærer dette at HF(x,w) er lukket under uendelig (og derfor også endelig) konjunksjon.

HT5 uttrykker at dersom z er et utsagn som er en logisk konsekvens av et utsagn y som beskriver et forhold x realiserer i verdenen w, så vil også z beskrive et forhold x realiserer i verdenen w. Endelig uttrykker HT6 at alle utsagn som beskriver forhold x realiserer i verdenen w faktisk er sanne i verdenen w.

Den teorien som nå har blitt beskrevet, med andre ord den første-ordens teorien hvor språket er L;h og hvor de ikke-logiske aksiomene, i tillegg til dem som inngår i E;3, er HT1 - HT6, skal vi betegne med HA1. Den utgjør en del av den mer omfattende teorien som ble definert i arbeidet "En teori om handlinger og handlingsalternativer". Hensikten i det følgende er å se på endel sider ved denne teorien som ikke i særlig grad ble drøftet i det nevnte arbeid.

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

§3 Begreper som kan innføres i HA1.

Vi skal gjøre rede for noen viktige begreper i forbindelse med denne teorien. Med en mulig handling forstås et ordnet par <a,x> der vi har at a er et utsagn som beskriver et forhold x realiserer i en eller annen mulig verden w. Vi bruker uttrykket "MHand(h)" som forkortelse for "h er en mulig handling". Er h en mulig handling betegner "(h);1" den første komponenten i handlingen, "(h);2" betegner den andre komponenten i handlingen.[1] Formell definisjon:

Definisjon 3 MHand(h) <–> (Ey)(Ew)(Ex)(Br(y,x,w) & h = <y,x>)

Vi bruker "Utf(h,x,w)" som forkortelse for "x utfører handlingen h i verdenen w". Gitt definisjonen av en mulig handling er det naturlig å definere dette begrepet ved å stipulere at x utfører handlingen h i verdenen w hvis og bare hvis h er en mulig handling , (h);2=x og (h);1 er et utsagn som beskriver et forhold x realiserer i den mulige verdenen w.

Anta h er en mulig handling. Vi sier da at utsagnet y beskriver innholdet i handlingen h hvis og bare hvis y=(h);1. I det følgende brukes uttrykket "Be(y,h)" som forkortelse for "utsagnet y beskriver innholdet i h". De predikatene vi har nevnt kan defineres formelt slik:

Definisjon 4 (a) Utf(h,x,w) <–> MHand(h) & x= (h);2 & Br((h);1, x,w)
(b) Be(y,h) <–> (MHand(h) & y=(h);1)

Fra de definisjonene vi her har gitt følger det trivielt at y er et utsagn som beskriver et forhold x realiserer i den mulige verdenen w hvis og bare hvis det finnes en mulig handling h som x utfører i verdenen w og hvor det er slik at utsagnet y beskriver innholdet i h. Det følger også på grunnlag av de definisjonene vi har gitt at dersom y beskriver innholdet i en mulig handling h så er y entydig bestemt. Ethvert annet utsagn som beskriver innholdet til h vil da være identisk med y.

Den definisjonen av handling som vi har gitt i forbindelse med teorien HT kan virke noe fremmedartet. Man kan spørre om definisjonen på noen måte er adekvat og om det er noen gode grunner til å akseptere den.

I denne forbindelse bemerkes følgende. I §5 skal vi detaljert definere en alternativ handlingsteori, HA2. Dernest skal vi gi bevis for følgende to forhold:

(i) Suppleres HA1 med definisjonene ovenfor kan alle teoremene i HA2 utledes i HA1.
(ii) Suppleres HA2 med en naturlig definisjon av predikatet "Br(u,x,w)" kan alle teoremene i HA1 utledes i HA2.

Disse to forhold viser ikke i seg selv at definisjonene ovenfor er adekvate. Men i teorien HA2 kan man lett vise at mulige handlinger kan representeres ved par av typen <u,x> der u er et utsagn som beskriver et forhold x realiserer i verdenen w. Faktisk kan man utlede tre satser som er helt analoge med .definisjonene som er gitt ovenfor i denne teori. I denne forbindelse kan man konsultere Teorem 7.1 i §7. Hvis man derfor finner at HA2 er en noenlunde rimelig teori virker det ikke fornuftig å forkaste definisjonene ovenfor som inadekvate.

---

[1] Er generelt p et ordnet par betegner (p);1 den første komponenten, og (p);2 den andre komponenten i paret. Uttrykket "(p);1" kan defineres slik: (p);1 = (iz)(Ey)(<z,y>=p). Tilsvarende: (p);2= (iz)(Ey)(<y,z>=h).

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

§4 Om en mulig utvidelse av handlingsteorien HA1.

Det er karakteristisk for teorien HA1 at man ikke i denne uten videre kan plassere handlinger i forhold til hverandre i tid. I språket til HA1 synes man for eksempel ikke å ha noen muligheter for å si noe om når en handling ble utført, når man startet med å utføre den, hvor lang tid det tok å utføre den og når den eventuelt ble avsluttet. Heller ikke har man noen mulighet for å si om en handling ble utført samtidig med, etter, eller før en annen handling. Vi skal nå betrakte en utvidelse av språket L;h. I dette, mer omfattende, språk er det så mulig å uttrykke påstander av den art som ble nevnt. Men la oss starte med et enkelt eksempel.

Anta personen x reiser seg fra en bestemt stol y og dernest går bort til vinduet z. Det virker da nærliggende å si at x utfører to handlinger: Den første består i at vedkommende reiser seg fra stolen y. Den andre handlingen består i at personen x går bort til vinduet z. Men det virker heller ikke som om det er noe i veien for å si at det at vedkommende både reiser seg fra stolen og går bort til vinduet kan regnes som en handling. I så fall kunne man kanskje si at denne handlingen har de to første vi nevnte som komponenter. La oss kalle de to handlingene for h1 og h2. Hvis x reiser seg fra stolen y er det imidlertid nærliggende å tenke seg at vedkommende starter med dette ved et bestemt tidspunkt t1. Videre holder ikke x på med å reise seg fra stolen y i det uendelige. Det virker derfor naturlig å hevde at x gjør seg ferdig med å reise seg fra stolen y ved et bestemt tidspunkt t2 som selvfølgelig kommer etter t1. Ved alle tidspunktene som ligger mellom t1 og t2 synes det så naturlig å si at x er i ferd med å reise seg fra stolen y.

Tilsvarende ved den andre handlingen. Hvis denne utføres umiddelbart etter den første handlingen virker det nærliggende å si at x starter med å gå bort til vinduet z ved tidspunktet t2 og at vedkommende gjør seg ferdig med å gå bort til vinduet z ved et bestemt tidspunkt t3 som kommer etter t2. Endelig kan man si at x er i ferd med å gå bort til vinduet z ved alle de tidspunktene som ligger mellom t2 og t3.

For å oppsummere: For en stor del handlingers vedkommende kan man i prinsippet peke på to tidspunkter hvor det andre kommer senere enn det første og hvor den som utfører handlingen starter med å utføre den ved det første tidspunktet, gjør seg ferdig med å utføre handlingen ved det siste tidspunktet, og hvor vedkommende er i ferd med å utføre handlingen ved alle mellomliggende tidspunkter. Handlinger som er av denne art skal vi kalle for "tidsmessig velavgrenset". Det virker derfor nærliggende å utvide språket L;h med de følgende predikater:

(4.1) "h er en mulig handling som er tidsmessig velavgrenset" - "MHand_VT(h)"

(4.2) "x starter med å utføre handlingen h ved tidspunktet t i verdenen w" - "Start;w(h,x,t)"

(4.3) "x er i ferd med å utføre handlingen h ved tidspunktet t i verdenen w" - "IFerd;w(h,x,t)"

(4.4) "x gjør seg ferdig med å utføre handlingen h ved tidspunktet t i i verdenen w" - "Avsl;w(h,x,t)"

La oss kalle språket som fremkommer når L;h utvides med disse predikatene som nye ikke-logiske predikater for L;h+. Det kan umulig være noe i veien for at man kan betrakte en slik utvidelse av L;h. Som man ser kan man i dette rikere språket si adskillig om hvordan handlinger tidsmessig er relatert til hverandre.

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

Det kan være av interesse å se på en del mulige forslag til lover som gjelder for predikatene (4.1) – (4.4). Vi skal gjøre dette og betrakte en del formler i L;h+ som muligens kunne være kandidater om man ønsker å avgrense på en mer systematisk måte de nødvendige sannhetene i L;h+. En første, innholdsmessig tilsynelatende triviell lov, er denne:

HT7.1 MHand_VT(h) –> MHand(h)

Som man ser uttrykker denne åpne setningen at dersom h er en mulig handling som tidsmessig sett er velavgrenset så er h en logisk mulig handling.

De neste setningene som vi skal betrakte er disse tre:

HT7.2 MHand_VT(h) & Start;w(h,x,t;1) –>
(Et;2)(t;1<t;2 & Avsl;w(h,x,t;2) &
(At)(t;1<t & t<t;2 –> IFerd;w(h,x,t)))
HT7.3 MHand_VT(h) & Avsl;w(h,x,t;1) –>
(Et;2)(t;2<t;1 & Start;w(h,x,t;2) &
(At)(t;1<t & t<t;2 –> IFerd;w(h,x,t)))
HT7.4 MHand_VT(h) & IFerd;w(h,x,t) –>
(Et;1)(Et;2)(t;1<t & t<t;2 &
Start;w(h,x,t;1) & Avsl;w(h,x,t;2))

HT7.2 uttrykker at dersom h er en mulig handling som er tidsmessig velavgrenset, og individet x starter med å utføre denne ved tidspunktet t;1, så må det finnes et senere tidspunkt t;2 hvor vedkommende avslutter handlingen, og det må dessuten være slik at vedkommende er iferd med å utføre handlingen ved alle tidspunktene som ligger mellom t;1 og t;2. Det virker vanskelig å benekte denne påstand. Hvis uttrykket "mulig handling som er velavgrenset tidsmessig" har noen klar mening (noe vi ikke ser noen grunn til å betvile) så synes nettopp dette å innebære at handlingen må ha et bestemt begynnelsestidspunkt og et bestemt avslutningstidpunkt og at aktøren nødvendigvis må være i ferd med å utføre handlingen mellom disse tidspunktene. Tilsvarende kommentarer kan gis til formlene HT7.3 og HT7.4. Det skulle være unødvendig å gjengi innholdet til disse formlene i ord.

De følgende to setninger er nærliggende å nevne i forbindelse med dem ovenfor og synes igjen å være sanne i kraft av meningsinnholdet til predikatet "MHand_VT(h)". Den første av disse setningene sier at dersom h er en handling som tidsmessig sett er velavgrenset og individet x starter med å utføre h ved et tidspunnkt t i verdenen w så er dette begynnelsestidspunktet entydig bestemt. Den andre setningen uttrykker en tilsvarende påstand om avslutningstids-punktet:

HT7.5 MHand_VT(h) & Start;w(h,x,t) –> (E!t)Start;w(h,x,t)
HT7.6 MHand_VT(h) & Avsl;w(h,x,t) –> (E!t)Avsl;w(h,x,t)

Før vi går videre nevner vi også den følgende påstand som uttrykker at relasjonene Start, Avsl og IFerd er inkludert i IxMg(h: MHand(h))xPxT:

HT7.7 Start;w(h,x,t) v Avsl;w(h,x,t) v IFerd;w(h,x,t) –>
wêI & MHand(h) & xêP & têT

Vi nevner denne setningen fordi den ikke synes å kunne utledes fra noen av de setningene vi tidligere har nevnt.

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

Anta nå at h er en mulig handling som er tidsmessig velavgrenset. Anta videre at x starter med å utføre handlingen ved tidspunktet t;1 i verdenen w og at x gjør seg ferdig med å utføre handlingen ved tidspunktet t;2. Vi antar selvfølgelig at t;1 < t;2. Man kan da betrakte mengden av alle de mulige verdener w der man har:

Start;w(h,x,t;1) & (At)(t;1<t & t<t;2 –> IFerd;w(h,x,t)) & Avsl;w(h,xt)

Denne mengden av mulige verdener vil være sannhetsmengden til et utsagn u som vi betegner med "u*(x,t;1,t;2,h)". Formelt kan dette siste uttrykket defineres slik:

Definisjon 4.1.1 u*(x,t;1,t;2,h) = μ;-1(Mg(w: Start;w(h,x,t;1) &
(At)(t;1<t & t<t;2 –> IFerd;w(h,x,t)) & Avsl;w(h,x,t)))

Man kan nå spørre hvordan dette utsagnet u*(x,t;1,t;2,h) er relatert til handlingen h. En setning som det virker nærliggende å betrakte i denne forbindelse sier at dersom h er en mulig handling som er tidsmessig velavgrenset og som x starter med å utføre ved t;1 i verdenen w og avslutter utførelsen av ved t;2 så beskriver u*(x,t;1,t;2,h) et forhold x realiserer i verdenen w. Formelt sett kan denne påstand formaliseres slik:

HT7.8 MHand_VT(h) & Start;w(h,x,t;1) & Avsl;w(h,x,t;2). –>
Br(u*(x,t;1,t;2,h), x,w)

En annen setning som kunne komme på tale er denne:

HT7.9 MHand_VT(h) & Start;w(h,x,t;1) & Avsl;w(h,x,t;2). –>
Be(u*(x,t;1,t;2,h), h)

Her er "Be(u,h)" det predikatet som ble innført ved Definisjon 4 i forrige paragraf. HT7.9 uttrykker derfor at dersom h er en mulig handling som er tidsmessig velavgrenset og som x starter med å utføre ved t;1 i verdenen w og avslutter utførelsen av ved t;2 så beskriver u*(x,t;1,t;2,h) innholdet i denne handlingen h. Heller ikke dette behøver å virke så urimelig intuitivt sett.

Vi går ikke lengre enn dette. Ovenfor har vi sett på en del setninger som inneholder predikatene (4.1) – (4.4). Vi skal imidlertid ikke forsøke å utvikle denne teorien videre. Hovedsaken skulle nå ha blitt belyst. Man ser hvordan man i språket L;h+ kan uttrykke atskillig mer om hvordan handlinger tidsmessig er relatert til hverandre enn i L;h. Imidlertid er språket fremdeles av en slik art at man hovedakelig bare kan uttrykke generelle setninger om handlinger. I den neste paragrafen vil vi derfor si noen ord om hvordan man ytterligere kan utvide språket slik at man i prinsippet kan fremsette påstander om konkrete handlinger og handlingstyper.

§4.1 Handlingsbeskrivende uttrykk.

I forbindelse med konstruksjonene (4.1) – (4.4) som ble nevnt i forrie paragraf er det av interesse å se på de følgende, nær beslektede, skjematiske konstruksjoner:

(4.1.1) x starter med å – ved tidspunktet t i verdenen w.
(4.1.2) x er iferd med å – ved tidspunktet t i verdenen w.
(4.1.3) x gjør seg ferdig med å – ved tidspunktet t i verdenen w.

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

Disse tre konstruksjonene er å oppfatte som en slags skjemaer. Istedet for streken "–" kan man sette inn fraser som for eksempel "gå bort til vinduet y", "reise seg fra stolen y", "løfte hånden opp til pannen", "åpne vinduet y", "lukke døren y", "heise flagget z til topps på flaggstangen y". Som man ser er det ikke noen spesielle vanskeligheter med å forlenge denne listen med talløse andre lignende konstruksjoner: "hilse på personen y","ytre setningen z henvendt til personen y". Setter man inn et konkret slikt uttrykk for streken "–" i et av uttrykkene (4.1.1) – (4.1.3) får man som resultat et predikat. Setter man for eksempel inn uttrykket "å sykle fra stedet s til stedet s'" for "–" i (4.1.1) får man følgende uttrykk: " x starter med å sykle fra stedet s til stedet s' ved tidspunktet t i verdenen w". Som man ser er dette siste et fem-plass predikat i motsetning til (4.1.1).

I det følgende skal vi bruke "Start*;w(x,t)[–]" som forkortelse for " x starter med å – ved tidspunktet t;1 i verdenen w". Videre brukes "IFerd*;w(x,t)[–]" som forkortelse for " x er i ferd med å – ved tidspunktet t i verdenen w". Endelig vil vi bruke "Avsl*;w(x,t)[–]" som forkortelse for "x gjør seg ferdig med å – ved tidspunktet t;2 i verdenen w". Man må ha klart for seg hvordan og på hvilken måte disse konstruksjonene adskiller seg fra dem som ble omtalt i forrige paragraf. Disse uttrykkene er i seg selv ikke predikater. Men som nevnt tidligere får man predikater om man for "–" setter inn et handlingsbeskrivende uttrykk. Vi har så langt ikke gitt noen definisjon av hva som menes med "handlingsbeskrivende uttrykk". Vi skal heller ikke gjøre det. Antagelig er det også en nokså ufruktbar oppgave. Men vi har gitt en rekke eksempler ovenfor. Leseren kan ta utgangspunkt i dem. Det skulle forøvrig være svært lett å forlenge denne listen.

La oss anta at vi har plukket ut en passende liste med slike handlingsbeskrivende uttrykk og at vi for hvert av disse uttrykkene har utvidet det ikke-logiske vokabularet til språket L;h+ med de tre korresponderende predikatene som oppstår når dette uttrykket settes inn for "–" i de tre konstruksjonene vi nettopp har spesifisert.

Vi gir den følgende definisjon:

Definisjon: H(x,t1,t2,[–]) er det utsagnet som har som sin sannhetsmengde mengden av alle de mulige verdener w som oppfyller de følgende krav:

(a) Start*;(x,t1,w)[–]
(b) (At)(t1< t & t<t2 –> IFerd*(x,t,w)[–])
(c) Avsl*;(x,t2,w)[–]

Man ser at H(x,t;1,t;2,[–]) kan oppfattes som en termdannende konstruksjon på handlingsbeskrivede uttrykk.

I det mer omfattende språket som nå har blitt antydet virker det naturlig å ta i betraktning det følgende prinsipp:

HT8.1 xêP & t1,t2êT & t1<t2 &wêI –>.
wês(H(x,t1,t2,[–])) <–> Br(H(x,t1,t2,[–]),x,w)

Man bør åpenbart diskutere dette skjemaet. Det er ikke uten videre klart at det bør oppfattes som opplagt. Men det er ikke uten en viss plausibilitet i mine øyne.

Det følgende skjema relaterer konstruksjonene i forrige paragraf til operasjonene Start*, IFerd* og Avsl*:

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

HT8.2 MHand_VT(h) & Be(H(x,t1,t2,[–]),h) & wêI–>
(a) Start;w(h,x,t1) <–> Start*(x,t1,w)[–]
(a) Avsl;w(h,x,t1) <–> Avsl*(x,t1,w)[–]
(a) (At)(t1<t & t<t2 –> IFerd*(x,t,w)[–])

Tenker man nærmere over hva dette skjemaet uttrykker virker det forholdsvis plausibelt. Det følgende skjema virker også til en viss grad rimelig:

HT8.3 wêI & wês(H(x,t1,t2,[–])) –>
(Eh)(MHand_VT(h) & Be(H(x,t1,t2,[–]),h))

Skjemaet uttrykker at dersom utsagnet H(x,t1,t2,[–]) er konsistent så finnes det en mulig handlig h som er tidsmessig velavgrenset og som er slik at utsagnet H(x,t1,t2,[–]) beskriver innholdet i denne handlingen, dvs. hva denne handlingen innebærer.

Vi har nå sett på et mulig supplement til teorien HA1. Man kan, som vi har nevnt ovenfor, utvide språket til HA1 med predikatene nevnt innledningsvis i §4. Dernest kan man legge til formlene HT7.1 – HT7.9 som nye ikke-logiske aksiomer. Man får da en mer omfangsrik teori. Denne teorien kan så i sin tur utvides ytterligere ved at man utvider det ikke-logiske vokabularet med de predikatkonstruksjonene som fremkommer når man setter inn handlings-beskrivende uttrykk i de skjematiske konstruksjonene Start*(x,t1,w)[–], Avsl*(x,t1,w)[–], IFerd*(x,t1,w)[–]. Man kan så utvide teorien med skjemaene HT8.1 – HT8.3.

La oss understreke at vi ved å beskrive disse utvidelsene av HA1 bare har ønsket å antyde noen muligheter når det gjelder hvordan denne teorien kan utarbeides videre. Som vi nevnte var grunnen til dette at man i språket til teorien HA1 kan si svært lite om hvordan handlinger tidsmessig er relatert til hverandre. Man kan for eksempel ikke si noe om hvor lang tid det tok å utføre en handling. Man kan ikke uttrykke noe konkret om tidsavstanden mellom to handlinger. Heller ikke noe om hvorvidt en handling ble utført senere eller tidligere enn en annen handling. En rekke lignende ting kunne nevnes. Innenfor rammene av de utvidelsene av HA1 som har blitt antydet kan man si adskillig mer om dette.

§5 En alternativ teori. Teorien HA2

Istedet for å utvide språket til teorien E;3 med predikatet (2.1) i §2: "y er et utsagn som beskriver et forhold x realiserer i verdenen w", kunne man tenke seg at man utvidet dette med følgende tre predikater: (i) "h er en mulig handling", (ii) "h er en handling som personen x utfører i verdenen w" og (iii) "y er et utsagn som beskriver hva handlingen h innebærer". Mer formelt tenker vi oss språket til E;3 utvidet med de følgende konstruksjoner:

(5.1) "MHand(h)" - "h er en mulig handling"
(5.2) "Utf(h,x,w)" - "h er en handling som personen x utfører i verdenen w"
(5.3) "Besk(x,h)" - "x er et utsagn som beskriver hva handlingen h innebærer"

I tillegg tar vi selvfølgelig med predikatene "x er et tidspunkt", "x er et tidspunkt som kommer før tidspunktet y" og "x er en person":

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

(5.4) "Pers(x)" – "x er en person"
(5.5) "Tp(x)" – "x er et tidspunkt"
(5.6) "Før(x,y)" – "x er et tidspunkt som kommer før tidspunktet y"

Språket til E;3 utvidet med disse predikatene (som nye ikke-logiske predikater) kalles for L;hand

Man kan nå forsøke å definere predikatet (2.1) i §2 ved hjelp av predikatene (i) - (iii). Definisjonsforslaget vi har i tankene er:

Definisjon: y er et utsagn som beskriver noe individet x realiserer i verdenen w hvis og bare hvis y er et utsagn som beskriver hva en eller annen handling som x utfører i verdenen w innebærer.

Det er åpenbart av interesse å diskutere denne definisjonen. Men før vi gjør dette skal vi formulere en ny alternativ teori. Denne teorien vil inneholde visse ikke-logiske aksiomer for predikatene (5.1) – (5.3). Vi skal formulere dem nedenfor. I tillegg inneholder denne nye teorien de ikke-logiske aksiomer for predikatene (5.4) - (5.6) som inngår i HA1. Det dreier seg om HT1 og HT2 fra §2:

HT1 M(Mg(x: Pers(x)) & M(Mg(x: Tp(x))
HT2 (Ef)(f: T –(1-1,på)–>Reell & (Ax)(Ay)(x,yêT –> (Før(x,y) <–> f(x)<f(y))))

De nye grunnsetningene for (5.1) – (5.3) er de følgende formler P1 – P10:

(P1) Besk(y,x)-> yêU & MHand(x)
(P2) Utf(h,x,w)-> MHand(h) & wêI & xêP
(P3) MHand(h) -> (Ex)(Ew)(Eu)(Besk(u,h) & Utf(h,x,w))
(P4) Utf(h,x,w)->(Aw')(Ay)(w'êI & yêP & Utf(h,y,w')->y=x)

Denne setningen uttrykker at dersom h er en handling x utfører i verdenen w så er det logisk nødvendig at x utfører denne handlingen h.

(P5) Besk(y1,x) & Besk(y2,x) ->y1=y2

Hvis et utsagn beskriver hva en handling x innebærer er dette utsagnet entydig bestemt.

(P6) Besk(y,x1) & Besk(y,x2) & Utf(x1,a,w) &.Utf(x2,a,w') ->x1=x2

Vi innfører uttrykket "handlingsfeltet til personen x i verdenen w". Dette er mengden av alle de utsagn som beskriver innholdet i de handlinger x utfører i verdenen w. Vi betegner handlingsfeltet til personen x i verdenen w med "HandF(x,w)". Vi gir den følgende formelle definisjon:

Definisjon: HandF(x,w)=Mg(u:(Eh)(Besk(u,h) & Utf(h,x,w)))

De følgende setninger betraktes i forbindelse med HandF(x,w):

(P7) M(a) & a≠ø & a Inkl HandF(x,w).-> SNu(a)êHandF(x,w)

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

(P8) uêHandF(x,w) & LK(u',u).-> u'êHandF(x,w)

Den første av disse setningene uttrykker at handlingsfeltet til x i w er lukket under uendelig konjunksjon. Den andre setningen uttrykker at handlingsfeltet er lukket under logisk konsekvens.

Vi tar også i betraktning den følgende setning:

(P9) uêHandF(x,w)->wês(u)

Denne setningen uttrykker den tanke at dersom et utsagn u er et element i handlingsfeltet til x i w så er verdenen w med i sannhetsmengden til utsagnet u, med andre ord er utsagnet u sant i verdenen w.

Vi tar også med den følgende setning:

P10 Mng(Mg(h:MHand(h)))

Som man ser uttrykker formelen P10 at mengden av alle logisk mulige handlinger eksisterer.

Den første-ordens teorien som fremkommer som resultat når man utvider E;3 ved først å utvide språket til L;Hand og dernest legger til som nye ikke-logiske aksiomer de formlene som vi tidligere nevnte i forbindelse med HA1 når det gjelder predikatene "Tp(x)', "Før(x,y)" og "Pers(x)", samt prinsippene P1-P10, skal vi betegne med HA2.

§5.1 Noen spesielle begreper i HA2. Utsagn/aktør-par.

Vi definerer en funksjon Akt på den følgende måte:

Akt(h)=(ia)((Ew)(Utf(h,a,w)))

Mer eksplisitt defineres Akt slik:

Definisjon 5.1.1: Akt=Mg(<x,y>:(Eh)(Ea)(MHand(h)
& x=h & y=a & (Ew)(Utf(h,a,w)))

Når det gjelder uttrykket "Akt(h)" kan dette leses "aktøren involvert ved den mulige handlingen h".

Den følgende sats gjelder for Akt:

Teorem 5.1.2 (a) Func(Akt)
(b) Dom(Akt)=Mg(h: MHand(h)) og at Rgn(Akt) Inkl P

Bevis: Ad (a). Anta (1) <x,y1>,<x,y2>êAkt. Fra dette og definisjonen av Akt følger eksistensen av h1,h2,a1 og a2 der:

(2.1) MHand(h1) & x=h1 & y1=a1 & (Ew)(Utf(h1,a1,w)
(2.2) MHand(h2) & x=h2 & y2=a2 & (Ew)(Utf(h2,a2,w)

Fra (2.1) og (2.2) følger h1=h2 og derfor i lys av de to siste konjunktene i (2.1) og (2.2) at det finnes w1,w2 slik at:

(3) Utf(h1,a1,w1) & Utf(h1,a2,w2) Fra dette, P2 og P4 følger imidlertid at a1=a2. Dette, (2.1) og (2.2) impliserer y1=y2. Dette viser at Akt er en funksjon.

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

Ad (b). Anta først at xêDom(Akt) for vilkårlig x. Da har man at det finnes y slik at <x,y>êAkt. Fra dette og definisjonen av Akt følger eksistensen av h, a der:

MHand(h) & x=h & y=a & (Ew)(Utf(h,a,w)). Det er da åpenbart at vi har xêMg(h: MHand(h)). Anta på den annen side for vilkårlig h at (1) MHand(h). Ved hjelp av P3 følger da eksistensen av y slik at (Ew)Utf(h,y,w). I lys av dette, (1) og definisjonen av Akt følger <h,y>êAkt og derfor hêDom(Akt).

Ad (c) Anta yêRgn(Akt). Da finnes x slik at <x,y>êAkt. Fra dette og definisjonen av Akt følger eksistensen av h,a slik at

MHand(h) & x=h & y=a & (Ew)(Utf(h,a,w)). Fra de to siste konjunktene og P2 følger yêP.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **Q.E.D.**

Vi innfører en annen funksjon Utsb som har Mg(h: MHand(h)) som domene ved å sette:

Definisjon 5.1.3 Utsb=Mg(<h,(iu)(Besk(u,h))>: MHand(h))

Man ser at Utsb(h) er det utsagnet som beskriver hva handlingen h innebærer. I lys av P5 fremgår det at Utsb er en funksjon. Den følgende sats gjelder om Utsb:

Teorem 5.1.4 (a) MHand(h) –> (E!u)(Besk(u,h)
(b) <x,y1>,<x,y2>êUtsb –> y1=y2
(c) <x1,y>,<x2,y>êUtsb & aêP &
x1,x2êMg(h: MHand(h) & (Ew)(Utf(h,a,w)).
–> x1=x2
(d) Func(Utsb) &Dom(Utsb) = Mg(h: MHand(h))
(e) Rgn(Utsb) Inkl U

Bevis: Ad (a). Anta (1) MHand(h). Fra dette og P3 følger (2) Bsk(u,h) for noe u. Anta Besk(u',h) for noe u'. Fra dette og (2) har man da ved hjelp av P5 at u=u'. Det følger at (E! u)Besk(u,h).

Ad (b). Anta (1) <x,y1>,<x,y2>êUtsb. Ved hjelp av definisjonen av Utsb følger det da at det finnes h1,h2 slik at:

(2.1) <x,y1>= <h1,(iu)(Besk(u,h1))> & MHand(h1)
(2.2) <x,y2>= <h2,(iu)(Besk(u,h2))> & MHand(h2)

Herav følger åpenbart h1=x=h2 og derfor y1=(iu)(Besk(u,h1)=(iu)(Besk(u,h2)=y2. Dette viser at påstanden holder.

Ad (c). Anta (1) <x1,y>,<x2,y>êUtsb. Anta dessuten:

(2) aêP & x1,x2êMg(h: MHand(h) & (Ew)(Utf(h,a,w))

Ved hjelp av definisjonen av Utsb følger det da fra (1) at det finnes h1,h2 slik at:

(3.1) <x1,y>= <h1,(iu)(Besk(u,h1))> & MHand(h1)
(3.2) <x2,y>= <h2,(iu)(Besk(u,h2))> & MHand(h2)

Fra disse to setningene følger:

(4) (iu)(Besk(u,h1) = y = (iu)(Besk(u,h2)

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

Det følger fra (4) at (5) Besk(y,h1) & Besk(y,h2). Fra (3.1) og (3.2) har man (6) x1=h1 & x2=h2. Fra dette og (2) følger eksistensen av w1,w2 der vi har:

(7) Utf(h1,a,w1) & Utf(h2,a,w2). Dette og (5) sammen med P6 impliserer at h1=h2 og derfor at x1=x2. Dette er hva vi ønsker.

Ad (d). Den første delen av dette punktet følger fra (b). Vi gir derfor bare bevis for den andre delen. Anta xêDom(Utsb) for vilkårlig x. Det finnes da y slik at <x,y>êUtsb. Fra dette og definisjone av denne funksjonen følger da eksistensen av h der vi har <x,y>= <h, (iu)(Besk(u,h)> &MHand(h). Fra dette følger trivielt at MHand(x). Anta på den annen side at MHand(x) for vilkårlig x. I lys av punkt (a) har vi da z= (iu)(Besk(u,x)) for noe z. Det følger at

<x,z> = <x, (iu)Besk(u,x)> & MHand(x). Herav har vi <x,z>êUtsb og derfor xêDom(Uts). Dette viser at påstanden holder.

Ad(e). Anta yêRgn(Utsb) for vilkårlig y. Da finnes x slik at <x,y>êUtsb. Fra definisjonen av Utsb følger i så fall at det finnes h slik at

<x,y>= <h, (iu)(Besk(u,h)> &MHand(h). Det følger at y= (iu)Besk(u,h). Fra dette har vi ved hjelp av P1 at yêU.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **Q.E.D.**

Anta at h er en mulig handling. Vi definerer hva vi med "utsagn/aktør-paret som representerer h", i symboler "UApar(h)" ved:

Definisjon 5.1.5 UApar = Mg(<h,<Utsb(h),Akt(h)>>: MHand(h))

Det skulle være helt klart fra det som er skrevet ovenfor at dette er en funksjon inn i mengden UxP. Man kan imidlertid også vise at UApar er en en-entydig funksjon:

Teorem 5.1.6 UApar : Mg(h:MHand(h)) –(1-1) –> UxP

Bevis: Man innser lett at UApar er en funksjon. Videre skulle det være klart at domenet til funksjonen er Mg(h:Mand(h)) og at verdiområdet er UxP. Alt dette følger nærmest trivielt fra satsene som har blitt bevist ovenfor. Det gjenstår imidlertid å vise at UApar er en en-entydig funksjon.

Anta for reduktio ad absurdum at h1 og h2 er handlinger der vi har:

(1) h1≠ h2 &UApar(h1)= UApar(h2).

Fra den siste konjunkten her og definisjonen av UApar følger da

(2) Utsb(h1)=Utsb(h2) og

(3) Akt(h1)=Akt(h2).

Fra det siste følger at det finnes aêP og w1,w2êI slik at

(4) Utf(h1,a,w1) & Utf(h2,a,w2).

Fra (2) følger at det finnes uêU slik at Besk(u,h1) & Besk(u,h2). Men fra dette, (4) og prinsippet P6 følger h1=h2 som åpenbart strider mot (1). **Q.E.D.**

§6 Bevis for at de to teoriene er ekvivalente.

Vi har definert to teorier HA1 og HA2. Det vi nå ønsker å vise er at disse to teoriene er ekvivalente. Vi skal først vise at man lett kan utlede prinsippene P1-P10 i teorien HA1 gitt passende definisjoner av de tre viktige "handlings-teoretiske" predikatene i L;Hand. Omvendt

er det heller ikke vanskelig å vise, gitt en passende definisjon av predikatet "Br(y,x,w)", nemlig den som ble antydet ovenfor, at man i teorien HA2 kan utlede alle de ikke-logiske aksiomene i HA1. Det følger fra dette at de to teoriene HA1 og HA2 i alt vesentlig kan oppfattes som ekvivalente.

Vi skal først ta for oss den første oppgaven. I forbindelse med teorien HA1 innfører vi den følgende definisjon:

Definisjon 7.1:

(i) MHand(h) <-> (Ew)(Ea)(Eu)(uêU & aêP & h=<u,a> & Br(u,a,w))
(ii) Besk(u,h) <->. MHand(h) & u=(h);1
(iii) Utf(h,a,w) <->. MHand(h) & a=(h);2 & Br((h);1,a,w) &.wêI

Gitt disse definisjonene er det tilstrekkelig å vise at formlene P1-P10 kan utledes som teoremer.

Vi tar først for oss P1. Det er da nødvendig å vise

Besk(y,x)-> yêU & MHand(x).

La oss, selvom det skulle være opplagt at dette holder i kraft av definisjonene (i) og (ii), gi et formelt og detaljert bevis: Anta Besk(y,x). Ved hjelp av definisjon (ii) har man da umiddelbart MHand(x). Dessuten følger ved hjelp av denne definisjonen at y=(x);1. Fra MHand(x) og definisjon (i) har man at det finnes u,a og w slik at uêU & aêP & x=<u,a> & Br(u,a,w). Men vi har da at y=(x);1=(<u,a>);1=uêU. Dette viser at påstanden holder.

La oss dernest vise at P2 lar seg utlede, det vil si at:

Utf(h,x,w)-> MHand(h) & wêI & xêP

Anta Utf(h,x,w). Fra dette og definisjon (iii) følger MHand(h) & x=(h);2 & Br((h);1,x,w) &.wêI. Fra det at MHand(h) følger ved hjelp av definisjon (i) at det finnes u,a og w slik at uêU & aêP & h=<u,a> & Br(u,a,w). Siden x=(h);2 følger at x=aêP. Dermed har vi gitt et bevis for at denne påstanden holder.

P3 er den følgende påstand:

MHand(h) -> (Ex)(Ew)(Eu)(Besk(u,h) & Utf(h,x,w))

Også beviset for at denne formelen lar seg utlede i HA1 ved hjelp av definisjonene ovenfor er i det vesentlige trivielt. Anta MHand(h). Det følger da ved hjelp av definisjon (i) at det finnes u,a og w slik at (1) uêU & aêP & h=<u,a> & Br(u,a,w). Man har da åpenbart at MHand(h) & u=(h);1 og derfor i lys av (ii) at Besk(u,h). Fra (1) følger også MHand(h) & a=(h);2 & Br((h);1,a,w) &.wêI. Dette og (iii) gir Utf(h,x,w). Vi har derfor at (Ex)(Ew)(Eu) (Besk(u,h) & Utf(h,x,w)) som er det vi ønsker.

Når det gjelder P4 er det nødvendig å bevise den følgende påstand:

Utf(h,x,w)->(Aw')(Ay)(w'êI & yêP & Utf(h,y,w')->y=x)

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

Anta derfor (1) Utf(h,x,w)&.w'êI & yêP & Utf(h,y,w'). Fra den første og den siste konjunkten her følger ved hjelp av (iii):

(2) MHand(h) & x=(h);2 & Br((h);1,x,w) & wêI og
(3) MHand(h) & y=(h);2 & Br((h);1,y,w') & w'êI.

Men fra (2) og (3) ser man umiddelbart at x=y. Dette viser at P4 holder.

Når det gjelder P5 er det nødvendig å bevise:

Besk(y1,x) & Besk(y2,x) ->y1=y2

Anta Besk(y1,x) & Besk(y2,x). Ved hjelp av (ii) har man fra dette MHand(x) & y1=(x);1 og MHand(x) & y2=(x);1. Umiddelbart følger herav y1=y2 som viser det vi ønsker.

Vi må vise at P6 lar seg utlede, med andre ord:

Besk(y,x1) & Besk(y,x2) & Utf(x1,a,w) &.Utf(x2,a,w') -> x1=x2

Anta derfor (1) Besk(y,x1) & Besk(y,x2) & Utf(x1,a,w) &.Utf(x2,a,w'). Ved hjelp av (ii) og (iii) har man:

(2) MHand(x1) & y=(x1);1
(3) MHand(x2) & y=(x2);1
(4) MHand(x1) & a=(x1);2 & Br((x1);1,a,w) &.wêI
(5) MHand(x2) & a=(x2);2 & Br((x2);1,a,w') &.w'êI

Fra (2) og (3) følger ved hjelp av (i) at det finnes u,b og u',b' slik at (6) x1=<u,b> & x2=<u',b'> Fra dette og de to siste konjunktene i (2) og (3) har man u=u'. Videre har man fra (4), (5) og (6) at b=b'. Det følger derfor ved hjelp av (6) at x1=x2 som nettopp er det vi ønsker.

Vi har gitt den følgende formelle definisjon av handlingsfeltet til en person x i verdenen w.:

(iv) HandF(x,w)=Mg(u:(Eh)(Besk(u,h) & Utf(h,x,w)))

De følgende setninger betraktes i forbindelse med HandF(x,w):

(P7) M(a) & ø≠a Inkl HandF(x,w).-> SNu(a)êHandF(x,w)
(P8) uêHandF(x,w) & LK(u',u).-> u'êHandF(x,w)

Vi må nå vise at P7 og P8 lar seg utlede i HA1 gitt definisjonene (i)-(iii).

Tidligere har vi i forbindelse med teorien HA1 definert HF(x,w) ved:

HF(x,w)=Mg(y: Br(y,x,w)) og vi har at følgende to setninger er teoremer i HT:

Q1 M(a) & ø≠a Inkl HF(x,w).-> SNu(a)êHF(x,w)
Q2 uêHF(x,w) & LK(u',u).-> u'êHF(x,w)

For å vise P7 og P8 er det derfor helt tilstrekkelig å vise at følgende holder:

(+) Br(y,x,w)<-> (Eh)(Besk(y,h) & Utf(h,x,w))

Vi beviser først kondisjonalen mot høyre. Anta (1) Br(y,x,w). Det vil være tilstrekkelig å bevise at det finnes h slik at

(2) MHand(h) & y=(h);1 & x=(h);2 & Br((h);1,x,w) & wêI.

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

Dette er i og for seg ikke spesielt vanskelig. Vi setter (3) h=<y,x>. Da har vi åpenbart at y=(h);1 & x=(h);2 & Br((h);1,x,w) i lys av (1). Men Br lnkl UxPxI; det følger derfor at wêI. Det eneste som gjenstår er derfor å vise at MHand(h), mao. i lys av (i) at (Ew)(Ea)(Eu)(uêU & aêP & h=<u,a> & Br(u,a,w)). Men dette følger umiddelbart fra (1) og (3) i lys av det faktum at Br lnkl UxPxI. Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for kondisjonalen mot høyre i (+).

La oss så gi et bevis for kondisjonalen mot venstre i (+). Anta at Besk(y,h) & Utf(h,x,w). I lys av definisjonene (ii) og (iii) impliserer dette:

MHand(h) & y=(h);1 & x=(h);2 & Br((h);1,x,w) &wêI.

Men fra dette følger umiddelbart at Br(y,x,w) som nettopp er det vi ønsker.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for at P7 og P8 lar seg utlede i HA1 gitt definisjonene (i)-(iii).

Det gjenstår å vise at P9 og P10 lar seg utlede i HA1. Når det gjelder P9 er dette nærmest trivielt. Vi har at:

(P9) uêHandF(x,w)->wês(u)

Men vi har ovenfor vist at (1) HandF(x,w)=HF(x,w) lar seg utlede i HA1. Men i HA1 er det en grunnsetning at uêHF(x,w)->wês(u). Fra dette og (1) følger umiddelbart P9.

Vi må også vise at:

P10 Mng(Mg(h:MHand(h)))

kan utledes HA1 om man forutsetter definisjonene (i)-(iii). Nå har man fra (i) at dersom MHand(h) så finnes u,a der uêU & aêP & h=<u,a>. Dette impliserer at (1) Mg(h:MHand(h)) Inkl UxP. Men i lys av aksiomene i HA1 har man at Mng(P) & Mng(U). Fra de rent mengdeteoretiske aksiomene i HA1 følger da Mng(UxP). Fra dette og (1) følger da P10 ved hjelp av utsondringsaksiomet. Vi har dermed gitt et fullstendig bevis for at P1-P10 lar seg utlede i HA1. Fra dette følger at alle teoremene i HA2 lar seg utlede i HA1.

Det neste vi må gjøre er å bevise at alle teoremene i teorien HA1 kan utledes i teorien HA2 gitt en passende definisjon av predikatet "Br(y,x,w)". Det er lett å vise dette om HA2 suppleres med den følgende definisjon:

(+) Br(y,x,w)<-> (Eh)(Besk(y,h) & Utf(h,x,w))

Gitt denne definisjonen følger det umiddelbart ved hjelp av aksiomene P1 og P2 i HA2 at Br Inkl UxPxI. Setter vi HF(x,w)=Mg(y:Br(y,x,w)) ser man at det et trivielt sant at HF(x,w)= HandF(x,w). Siden HandF(x,w) er lukket under uendelig konjunksjon og logisk konsekvens følger det også at HF(x,w) er det. Siden HandF(x,w) er inkludert i mengden av alle de utsagn som er sanne i w følger det også at dette gjelder for HF(x,w), med andre ord har man, for alle utsagn u at uêHF(x,w)->wês(u). Dette viser at alle aksiomene i HA1 kan utledes i HA2 og derfor at alle teoremene i HA1 kan utledes i HA2 gitt definisjonen (+) ovenfor.

Vi har dermed vist at disse to teoriene er ekvivalente.

Man kan selvfølgelig ikke i teorien HA2, gitt definisjonen (+), utlede definisjonene (i)-(iii) som vi har arbeidet med ovenfor. Men kan man utlede noe lignende? I denne forbindelse kan man nevne at de følgende satser holder i HA2:

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

Teorem 7.1: (a) MHand(h) <-> (Ew)(Ea)(Eu)(uêU & aêP &
h=UApar;-1(<u,a>) & Br(u,a,w))
(b) Besk(u,h) <->. MHand(h) & u=(UApar(h));1
(c) Utf(h,a,w) <->. MHand(h) & a=(UApar(h));2 &
Br((UApar(h));1,a,w) & wêI

Bevis: Ad (a). Anta (1) MHand(h). Fra P3 følger da eksistensen av u,a og w slik at (2) Besk(u,h) & Utf(h,a,w). Fra dette og definisjonen av Br har man
(3) Br(u,a,w). Fra (2), P2 og P1 følger (4) aêP & uêU. Fra (2) og P5 følger at
(5) u= (ix)(Besk(x,h). Fra dette følger videre ved hjelp av definisjonen av Utsb at
(6) u=Utsb(h). Det følger også fra (2) og definisjonen av Akt at (7) a=Akt(h). Man har ved hjelp av definisjonen av UApar at UApar(h) = <Utsb(h),Akt(h)>. Fra dette, (6) og (7) følger (8) UApar(h) =<u,a>. I lys av Teorem 5.1.6 kan man da slutte h = UApar;-1(<u,a>). Fra dette, (3) og (4) følger så høyre side i (a).

Anta på den annen side at uêU & aêP & h=UApar;-1(<u,a>) & Br(u,a,w) for noe w,u,a. Da følger at <h,<u,a>>êUApar. Fra dette og definisjonen av UApar har man at det finnes h1 slik at <h,<u,a>> = <h1, <Utsb(h1),Akt(h1)>> & MHand(h1). Men herav h=h1 og derfor MHand(h).

Ad (b). Anta Besk(u,h). Fra P1 følger det da umiddelbart at MHand(h). Ved hjelp av P5 og definisjonene av Utsb og UApar har man også:

u= (iu')(Besk(u',h) = Utsb(h) = (<Utsb(h),Akt(h)>);1 = (UApar(h));1.

Har man på den annen side u=(UApar(h));1 følger u= (<Utsb(h),Akt(h)>);1. Herav u = Utsb(h) = (iu')(Besk(u',h). Men fra dette følger Besk(u,h).

Ad (c). Anta Utf(h,a,w). Da har man åpenbart ved hjelp av P2 at MHand(h). Videre har vi ved hjelp av P4 at

a= (ix)(Ew)(Utf(x,a,w)) = Akt(h) = (UApar(h));2

Fra det at MHand(h) har vi også ved hjelp av P3 og P5 at det finnes u slik at u=(ib)Besk(b,h) = Utsb(h) = (UApar(h));1. Vi har da Besk(u,h) &Utf(h,a,w). Dette impliserer Br(u,a,w) og derfor Br((UApar(h));1,a,w). Dette viser at halvdelen mot høyre i (c) holder. Anta på den annen side:

MHand(h) & a=(UApar(h));2 & Br((UApar(h));1,a,w) & wêI

Sett u0= (UApar(h));1. Da har man Br(u0,a,w). Herav følger ved hjelp av definisjonen av Br at Besk(u0,h') &Utf(h',a,w) for noe h'. Fra den første konjunkten her har man u0= (iu) (Besk(u,h')) = Utsb(h'). Videre må vi ha MHand(h'). Videre har man (UApar(h));1= Utsb(h). Det følger at
(2) Utsb(h') = Utsb(h) & MHand(h) & MHand(h'). Dessuten har vi
(3) Utf(h',a,w). Nå har vi a=(UApar(h));1 = Akt(h) = (ix)(Ew')(Utf(h,a,w)). Det følger at
(4) Utf(h,a,w') for noe w. Fra (2),(3), (4) og Teorem 5.1.4, punkt (c), følger h=h' og derfor Utf(h,a,w).

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **Q.E.D.**

§7 Konklusjon og oppsummering.

Hovedformålet med dette notat har vært å formulere en alternativ aksiomatisering av teorien HA1. Dette har blitt gjort. I §4 ga en presis formulering av teorien HA2 og i §6 viste at de to

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

teoriene HA1 og HA2 er ekvivalente. Vi viste at dersom HA1 suppleres med et passende sett av definisjoner av grunnbegrepene i HA2 kunne alle teoremene i HA2 utledes. Dessuten viste vi det omvendte: Dersom HA2 ble utvidet med en passende definisjon av konstruksjonen "Br(u,x,w)" kunne man utlede alle aksiomene i HA1. Det følgende bør også noteres. Fjerner man aksiomene HT4 og HT5 fra teorien HA1 får man en svakere teori HA1'. Tilsvarende betegner vi teorien HA2 minus aksiomene P7 og P8 med HA2'. Studerer man nærmere beviset for ekvivalensen mellom HA1 og HA2 ser man lett at det også viser at de svakere teoriene HA1' og HA2' er ekvivalente.

I tillegg til dette har vi også sett på hvordan HA1 kunne utvides slik at man fikk en mer omfattende teori. Innenfor rammen til denne teorien kan man si adskillig mer om hvordan handlinger er relatert tidsmessig til hverandre. Det bør eksplisitt understrekes at denne utvidelsen av HA1 er rent tentativ.

I forbindelse med HA1 så vi også på en definisjon av predikatet "h er en mulig handling". En mulig handling ble definert som et ordnet par <u,x> der u er et utsagn som beskriver et forhold individet x realiserer i en eller annen mulig verden. I lys av ekvivalensen mellom HA1 og HA2, samt de teoremene som vi utledet i HA2 om utsagn/akstør-par, er det vår konklusjon at denne definisjonen fremstår som noe mindre kunstig enn man kunne være tilbøylig til å tro på forhånd.

***

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

Referanser

Referanser

Rognes [1], Rognes, Morten, *En oversikt over definisjoner av sentrale begreper i den klassiske predikatlogikk og mengdelære*, Maskinskrevet manuskript, 1985
Rognes [2], Rognes, Morten, *En teori om presise deskriptive utsagn*, Maskinskrevet manuskript, 1985
Rognes [3], Rognes, Morten, *En del grunnleggende begreper og setninger i teorien om presise deskriptive utsagn*, Maskinskrevet manuskript, 1987
Rognes [4], Rognes, Morten. *En teori om handlinger og handlingsalternativer.* Upublisert manuskript, 1994

*

© Morten Rognes 2002 v1.00 -

Copyright beskrivelse

Dette arbeidet er © Morten Rognes 2002. Det er fullstendig fritt i den forstand at man kan kopiere det for eget bruk og distribuere kopier til andre så lenge dette ikke er for salg eller økonomisk vinning. *Kopier må være av arbeidet i sin helhet og i sin opprinnelige form slik det er distribuert her, og må i tillegg inneholde denne copyright-beskrivelsen skrevet på norsk* .

Det er lov til å sitere fra dette arbeidet i egne skrifter etter de regler og standarder som er internasjonalt akseptert for sitering i vitenskapelige publikasjoner. Under ingen omstendigheter er det lov å sitere deler av dette arbeid, eller hele dette arbeid, på en slik måte at man utgir det for å være ens eget.

Henvisninger til dette arbeid bør inneholde de følgende data i en komma-separert liste: etternavnet til denne forfatteren, fornavnet til denne forfatteren, tittelen på arbeidet, årstallet det opprinnelig ble skrevet som angitt på tittelbladet, uttrykket "Upublisert", den fullstendige URL fra hvilket dette arbeidet ble lastet ned, dato og årstall for nedlasting, samt det versjonsnummeret som er angitt på tittelbladet. Eksempel:

> Rognes, Morten, "En oversikt over definisjoner av sentrale begreper i den klassiske predikatlogikk og mengdelære", 1985, Upublisert, http://www.uio.no/~mrognes/arbeider/mrog73a.sit.hqx, 4-4-2002, v1.00.